

第5讲 页码计数



书籍是人类进步的阶梯,书籍给我们知识和智慧,同时给我们带来了无比的快乐。“页码”指的是书籍每一页的编号.传统印刷方法,是先用一个个活动的铅字为书籍排好版(页码也是同时排上去的),然后才能上印刷机印刷,所以“页码问题”又叫作“页码与铅字”问题.虽然如今印刷书报采用激光照排技术,使印刷快捷,但“页码与铅字”问题却依然深深吸引着广大的数学爱好者.现在就来学习关于“页码”的一些十分有趣的问题.。

自学探究

页码记数

页码又称页数,它是由数字组成的,一个数字组成一位数、两个数字组成两位数、三个数字组成三位数.....
页码(页数)的个数是无限的。

页码问题:指一本书的页数与所有的数字之间的关系的一类应用题。数字(数码)的个数是有限的(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)。

“正向”计数——已知页数,求组成的数字个数。

“反向”计数——已知数字总个数,求页数。

试一试

从1一直写到666,一共写了多少个阿拉伯数字?



5.1 正向计数

例题 1 《科学家童年的故事》这本书共有 420 页，给每一页数编上页码，一共要用去多少个数字？

例题 2 编一本小说共 400 页，数码“0”共出现多少个？



巩固练习 1

1. 从 1 一直写到 709，一共写了多少个阿拉伯数字？

2. 一本书共有 466 页，给它编上页码：1，2，3，4， $\cdots$ ，465，466。

问：数字“4”在这些页码中一共出现了多少次？

5.2 反向计数

例题 3 把自然数按从小到大排成一行写下来：

1234567910111213 $\cdots$ ，请问这列数从左往右的第 269 个数字是几？

例题 4 在排版《数学探秘》这本书时，仅仅为这本书的编码就用去了 900 个数字，这本故事书一共是多少页？

例题 5 小力翻开一本故事书，他将左右两页的页码数相乘，得到的乘积时 1980，你知道这两个页码分别是多少吗？

例题 6 一本书的中间被撕掉了一张（书中的每一张，都有正、反两个页面），余下各页的页码数之和恰好是 1000. 问：

- （1）这本书原来有多少页？
- （2）撕掉的那一张上的两个页码数分别是多少？

例题 7 姑姑看一本 805 页的故事书，每天看的页数都恰好比前一天多 1 页（最后一天也不例外），且每天看的都是整页数，又知她看完这本书的天数多于 10 天而少于 20 天，姑姑多少天看完这本书？最后一天看多少页？



巩固练习 2

3. 在小数 $0.2468101214\cdots 19982000$ 中, 小数点右边第 2020 位上的数字是几?

4. 一本书, 仅给它编排页码就用去了 2016 个数字, 这本书有多少页?

5. 弟弟不小心把哥哥的一本小图书中间撕掉了一张, 已知这一张上的两个页码的乘积是 1260, 这两个页码分别是多少?

6. 一本 64 页的书, 页码数位 1 至 64, 在把这本书的各页的页码累加起来时, 有一个页码数被遗漏了, 结果得到的和是 2025. 问: 这个被遗漏的页码是几?

7. 一本书的中间被撕掉了连续两张, 余下各页码数的和恰好是 1640. 问: 这本书原来有多少页? 被撕掉的那两张的正反两面的四个页码数各是多少?
8. 魏师傅加工了 365 个机器零件, 他第一天加工的零件个数最少, 后面的每天都比前一天多 3 个 (每天加工的零件都是整数个), 又知他完成加工任务的天数超过 7 天. 他一共是用了几天完成任务的? 他最后一天加工了多少个零件?

创学挑战

1. 有一本 228 页的图书 (是 114 张纸), 在书的中间缺失了不连续的 5 张, 如果将这本残书的所有页码相加, 所得的和是奇数还是偶数? 为什么?

2. 把自然数的平方按从小到大的顺序写成一行：1491625...
100121144....., 这样一系列有趣的数列中第 1221 个阿拉伯数字是几?

3. 有一本 52 页的小图书, 中间缺了一张, 龚老师让四名同学将现在剩下的页码数全部加起来, 小明加出的得数是 1329; 小惠加出的得数是 1315; 小刚加出的得数是 1440; 小文加出的得数是 1271. 龚老师说: “你们只有一人算对了.” 你知道谁的答案算对了吗?

